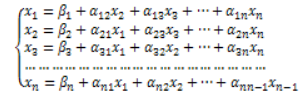
**V. Рішення СЛАУ методом простої ітерації**

(Варіант 1)

**Теорія**

Подамо систему лінійних алгебраїчних рівнянь у вигляді:

 (1)

або скорочено:

 (2)



Вибираємо початкову точку і будуємо ітераційний процес для системи (1).

Отримуємо ітераційну послідовність точок n -вимірного простору:



Щоб послідовність була збіжною, достатньо виконання однієї з таких

умов:

а) , тобто, максимальна із сум модулів коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (1), взятих по рядках, повинна бути менша одиниці;



б) , тобто максимальна із сум коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (2), взятих по стовпчиках, повинна бути менша одиниці;

в) , тобто сума квадратів коефіцієнтів при невідомих в правій частині системи (2) повинна бути менша одиниці.

При цих умовах процес ітерації для даної системи збігається до єдиного розв’язку незалежно від вибору початкового вектора.

Алгоритм численного рішення СЛАР методом простої ітерації:

1. Приводимо систему до вигляду, зручного для ітераційного процесу.
2. Порахуємо В і елементи:

,, (3)

1. Обчислимо норму матриці В:

(4)

Якщо >1, то ітераційний процес розходиться.

Якщо <1, то обчислення продовжується.

1. Обчислим:

(5)

1. Порахуємонеобхідну кількість ітерацій для досягнення потрібної точності ε.
2. Обираємо .
3. Обчислим:

xk+1 = B + , (6)

Коли k = m, зупиняємо ітераційний процес.

**V.** **Рішення СЛАУ методом простої ітерації**

(Варіант 1)

**Рішення**

**Вихідна система рівнянь:**

**Вихідна матриця:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| -0.77 | -0.04 | 0.21 | -0.18 | -1.24 |
| -0.45 | 1.23 | 0.06 | 0 | 0.88 |
| 0.26 | 0.34 | -1.11 | 0 | -0.62 |
| 0.05 | -0.26 | 0.34 | -1.12 | 1.17 |

Систему будемо робити методом последовних приближень. Нехай x0=β, тоді:  
x1=b - a x0  
x2=b - a x1  
....  
xk+1=b - a xk  
Приведемо к вигляду:  
x1=1.61+0.0519x2-0.27x3+0.23x4  
x2=0.715-0.37x1+0.0488x3  
x3=0.559-0.23x1-0.31x2  
x4=-1.045-0.0446x1+0.23x2-0.3x3  
Виконування закінчуються по критерію:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=max|x_%7bi%7d%5e%7bk%7d-x_%7bi%7d%5e%7bk%2B1%7d|%20%3C%20\frac%7b1-a%7d%7ba%7d\cdot%20\epsilon  
де a=max ∑|rij|  
a = 0.0446+0.232+0.304 = 0.5804  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=max|x_%7bi%7d%5e%7bk%7d-x_%7bi%7d%5e%7bk%2B1%7d|%20%3C%20\frac%7b1-0.5804%7d%7b0.5804%7d\cdot%200.001%20=%200.00072294  
Покажемо вичисления на прикладі декілько ітерацій.  
N = 1

x1 = 1.61 0 \* 0.0519 0 \* - 0.273 0 \* 0.234 = 1.61

x2 = 0.715 0 \* - 0.366 0 \* - 0.488 = 0.715

x3 = 0.559 0 \* - 0.234 0 \* - 0.306 = 0.559

x4 = -1.045 0 \* -0.0446 0 \* 0.223 0 \* -0.304 = -1.045

N = 2

x1 = 1.61 -0.715 \* 0.0519 -0.559 \* - 0.273 1.045 \* 0.234 = 1.97

x2 = 0.715 -1.61 \* - 0.366 -0.559 \* - 0.488 = 1.277

x3 = 0.559 -1.61 \* - 0.234 -0.715 \* - 0.306 = 1.155

x4 = -1.045 -1.61 \* -0.0446 -0.715 \* 0.223 -0.559 \* -0.304 = -0.969

N = 3

x1 = 1.61 -1.277 \* 0.0519 -1.155 \* - 0.273 0.969 \* 0.234 = 2.086

x2 = 0.715 -1.97 \* - 0.366 -1.155 \* - 0.488 = 1.38

x3 = 0.559 -1.97 \* - 0.234 -1.277 \* - 0.306 = 1.411

x4 = -1.045 -1.97 \* -0.0446 -1.277 \* 0.223 -1.155 \* -0.304 = -0.902

N = 4

x1 = 1.61 -1.38 \* 0.0519 -1.411 \* - 0.273 0.902 \* 0.234 = 2.135

x2 = 0.715 -2.086 \* - 0.366 -1.411 \* - 0.488 = 1.41

x3 = 0.559 -2.086 \* - 0.234 -1.38 \* - 0.306 = 1.469

x4 = -1.045 -2.086 \* -0.0446 -1.38 \* 0.223 -1.411 \* -0.304 = -0.843

N = 5

x1 = 1.61 -1.41 \* 0.0519 -1.469 \* - 0.273 0.843 \* 0.234 = 2.135

x2 = 0.715 -2.135 \* - 0.366 -1.469 \* - 0.488 = 1.425

x3 = 0.559 -2.135 \* - 0.234 -1.41 \* - 0.306 = 1.49

x4 = -1.045 -2.135 \* -0.0446 -1.41 \* 0.223 -1.469 \* -0.304 = -0.83

N = 6

x1 = 1.61 -1.425 \* 0.0519 -1.49 \* - 0.273 0.83 \* 0.234 = 2.137

x2 = 0.715 -2.135 \* - 0.366 -1.49 \* - 0.488 = 1.424

x3 = 0.559 -2.135 \* - 0.234 -1.425 \* - 0.306 = 1.495

x4 = -1.045 -2.135 \* -0.0446 -1.425 \* 0.223 -1.49 \* -0.304 = -0.827

N = 7

x1 = 1.61 -1.424 \* 0.0519 -1.495 \* - 0.273 0.827 \* 0.234 = 2.138

x2 = 0.715 -2.137 \* - 0.366 -1.495 \* - 0.488 = 1.424

x3 = 0.559 -2.137 \* - 0.234 -1.424 \* - 0.306 = 1.495

x4 = -1.045 -2.137 \* -0.0446 -1.424 \* 0.223 -1.495 \* -0.304 = -0.826

N = 8

x1 = 1.61 -1.424 \* 0.0519 -1.495 \* - 0.273 0.826 \* 0.234 = 2.138

x2 = 0.715 -2.138 \* - 0.366 -1.495 \* - 0.488 = 1.425

x3 = 0.559 -2.138 \* - 0.234 -1.424 \* - 0.306 = 1.495

x4 = -1.045 -2.138 \* -0.0446 -1.424 \* 0.223 -1.495 \* -0.304 = -0.826  
Для оцінки погрішності вичислемо коефіціент α:  
max[∑|αij|] = 0.0446+0.232+0.304 = 0.58< 1  
max[|x7,x8|] = ρ(x7, x8) = |-0.826 - (-0.826)| = 0.000373  
Вичислемо погрішність:  
https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\rho%20(x,%20x%5e%7b8%7d)%20\le%20\frac%7b\alpha%20%7d%7b1-\alpha%20%7d\rho%20(x%5e%7b7%7d,%20x%5e%7b8%7d)%20=%20\frac%7b0.58%7d%7b1%20-%200.58%7d0.000373%20\le%200.000516https://chart.googleapis.com/chart?cht=tx&chl=\rho%20(x,%20x%5e%7b7%7d)%20\le%20\frac%7b\alpha%20%7d%7b1-\alpha%20%7d\rho%20(x%5e%7b6%7d,%20x%5e%7b7%7d)%20=%20\frac%7b0.691%7d%7b1%20-%200.691%7d0.000634%20\le%200.00142

**Протокол рішення в Scilab**

disp("Решение СЛАУ методом простой итерации")

A=[-0.77 -0.04 0.21 -0.18;

-0.45 1.23 0.06 0;

0.26 0.34 -1.11 0;

0.05 -0.26 0.34 -1.12];

disp("Введена матрица с коэффициентами в левой части:")

disp(A)

B=[-1.24;0.88;-0.62;1.17];

disp("Введена матрица с коэффициентами в правой части:")

disp(B)

AB = [A B]

eps = 0.001

disp('Заданная точность равна e = '+string(eps))

for i=1:size(A, 'r')

a(i,1:4) = -AB(i,1:4)/AB(i,i)

a(i,i)=0

b(i,1)=AB(i,5)/AB(i,i)

end

t=[]

X0=[0; 0; 0; 0]

k=1

X1=a\*b+b

disp('Итерация №'+string(k)+':')

disp('Значения:')

disp(string(X1(1))+' '+string(X1(2))+' '+string(X1(3))+' '+string(X1(4)))

while norm(X1-X0)>eps

k=k+1

disp('Итерация №'+string(k)+':')

X0=X1

X1=a\*X0+b

disp('Значения:')

disp(string(X1(1))+' '+string(X1(2))+' '+string(X1(3))+' '+string(X1(4)))

disp('Разница:')

disp(string(abs(X1(1)-X0(1)))+' '+string(abs(X1(2)-X0(2)))+' '+string(abs(X1(3)-X0(3)))+' '+string(abs(X1(4)-X0(4)))+' ')

end

disp("Корни уравнения:")

disp(X1)

**Вывод в консоли:**

-->

disp("Решение СЛАУ методом простой итерации")

Решение СЛАУ методом простой итерации

A=[-0.77 -0.04 0.21 -0.18;

0.45 1.23 0.0 0;

0.26 0.34 -1.11 0;

0.05 -0.26 0.34 -1.12];

disp("Введена матрица с коэффициентами в левой части:")

Введена матрица с коэффициентами в левой части:

disp(A)

-0.77 -0.04 0.21 -0.18

0.45 1.23 0. 0.

0.26 0.34 -1.11 0.

0.05 -0.26 0.34 -1.12

B=[-1.24;0.88;-0.62;1.17];

disp("Введена матрица с коэффициентами в правой части:")

Введена матрица с коэффициентами в правой части:

disp(B)

-1.24

0.88

-0.62

1.17

AB = [A B]

AB =

-0.97 0.08 0.31 -0.28 2.24

0.15 1.43 0.26 -0.15 1.15

0.21 0.24 1.01 0. -0.72

0.05 0.13 0.56 1.67 3.17

eps = 0.001

disp('Заданная точность равна e = '+string(eps))

Заданная точность равна e = 0.001

for i=1:size(A, 'r')

a(i,1:4) = -AB(i,1:4)/AB(i,i)

a(i,i)=0

b(i,1)=AB(i,5)/AB(i,i)

end

a =

-1. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

b =

1.6103896

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 -1. -0.0487805 0.

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 0. -0.0487805 0.

b =

1.6103896

0.7154472

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 0. -0.0487805 0.

0.2342342 0.3063063 -1. 0.

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 0. -0.0487805 0.

0.2342342 0.3063063 0. 0.

b =

1.6103896

0.7154472

0.5585586

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 0. -0.0487805 0.

0.2342342 0.3063063 0. 0.

0.0446429 -0.2321429 0.3035714 -1.

a =

0. -0.0519481 0.2727273 -0.2337662

0.3658537 0. -0.0487805 0.

0.2342342 0.3063063 0. 0.

0.0446429 -0.2321429 0.3035714 0.

b =

1.6103896

0.7154472

0.5585586

-1.0446429

--> t=[]

t =

[]

--> X0=[0; 0; 0; 0]

X0 =

0.

0.

0.

0.

--> k=1

k =

1.

--> X1=a\*b+b

X1 =

1.9697599

1.2773673

1.1549129

-0.969274

--> disp('Итерация №'+string(k)+':')

Итерация №1:

--> disp('Значения:')

Значения:

--> disp(string(X1(1))+' '+string(X1(2))+' '+string(X1(3))+' '+string(X1(4)))

1.9697599 1.2773673 1.1549129 -0.9692740

--> while norm(X1-X0)>eps

> k=k+1

> disp('Итерация №'+string(k)+':')

> X0=X1

> X1=a\*X0+b

> disp('Значения:')

> disp(string(X1(1))+' '+string(X1(2))+' '+string(X1(3))+' '+string(X1(4)))

> disp('Разница:')

> disp(string(abs(X1(1)-X0(1)))+' '+string(abs(X1(2)-X0(2)))+' '+string(abs(X1(3)-X0(3)))+' '+string(abs(X1(4)-X0(4)))+' ')

> end

k =

2.

Итерация №2:

X0 =

1.9697599

1.2773673

1.1549129

-0.969274

X1 =

2.0855926

1.3797538

1.4112094

-0.9026403

Значения:

2.0855926 1.3797538 1.4112094 -0.9026403

Разница:

0.1158327 0.1023865 0.2562965 0.0666337

k =

3.

Итерация №3:

X0 =

2.0855926

1.3797538

1.4112094

-0.9026403

X1 =

2.1345962

1.4096294

1.469703

-0.8434332

Значения:

2.1345962 1.4096294 1.4697030 -0.8434332

Разница:

0.0490036 0.0298756 0.0584936 0.0592071

k =

4.

Итерация №4:

X0 =

2.1345962

1.4096294

1.469703

-0.8434332

X1 =

2.1351564

1.4247042

1.4903324

-0.8304239

Значения:

2.1351564 1.4247042 1.4903324 -0.8304239

Разница:

0.0005602 0.0150748 0.0206294 0.0130093

k =

5.

Итерация №5:

X0 =

2.1351564

1.4247042

1.4903324

-0.8304239

X1 =

2.1369584

1.4239028

1.4950812

-0.8276359

Значения:

2.1369584 1.4239028 1.4950812 -0.8276359

Разница:

0.0018020 0.0008014 0.0047487 0.002788

k =

6.

Итерация №6:

X0 =

2.1369584

1.4239028

1.4950812

-0.8276359

X1 =

2.1376434

1.4243304

1.4952578

-0.8259279

Значения:

2.1376434 1.4243304 1.4952578 -0.8259279

Разница:

0.000685 0.0004276 0.0001766 0.0017081

k =

7.

Итерация №7:

X0 =

2.1376434

1.4243304

1.4952578

-0.8259279

X1 =

2.13727

1.4245724

1.4955492

-0.8259429

Значения:

2.1372700 1.4245724 1.4955492 -0.8259429

Разница:

0.0003733 0.0002420 0.0002914 0.0000151

--> disp("Корни уравнения:")

Корни уравнения:

--> disp(X1)

2.13727

1.4245724

1.4955492

-0.8259429

**Список используемой литературы**

1. Методи обчислень: навчально-методичний посібник для студентів фізико-математичного факультету / Б.М. Ляшенко, О.М. Кривонос, Т.А. Вакалюк.- Житомир Вид-во ЖДУ ім. І. Франка 2014. – 224с. (Укр.мов.) ст. 39 -42

2. http://www.mathros.net.ua/nablyzhenyj-rozvjazok-systemy-linijnyh-rivnjan-metodom-prostoi-iteracii.html 26.11.17.

3. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х.: Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с. (Укр. мов.) ст. 23-26